

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗВИТИЯ ТРЕЩИНЫ  
ГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА**

А. И. Харовюк

*Самарский государственный аэрокосмический университет  
им. академика С.П. Королева,  
harovyuk.anna@mail.ru*

Гидравлический разрыв пласта (ГРП) представляет собой процесс закачки жидкости в пласт при давлении, превосходящем предел прочности породы, при котором происходит ее разрушение и образование трещины. При повышении давления в породах пласта образуются новые или открываются, или расширяются имеющиеся трещины. Этот метод применяется для освоения скважин, для повышения продуктивности нефтяных и газовых месторождений, для повышения поглощательной способности нагнетательных скважин, при изоляции пластовых вод и т.д.

Впервые модель вертикальной трещины ГРП в условиях плоской деформации была предложена в работе Ю.П. Желтова и С.А. Христиановича [1]. Процесс развития такой трещины описывается двумя группами уравнений. Первая группа описывает движение вязкой несжимаемой жидкости внутри трещины и имеет вид [2]

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial x} = -12\mu \frac{q}{w^3} \quad (1)$$

где  $w(x,t)$  - раскрытие трещины,  $q(x,t)$  - скорость потока жидкости в трещине,  $p(x,t)$  - давление жидкости в трещине,  $\mu$  - вязкость жидкости.

Вторая группа описывает деформирование упругого пласта при воздействии на него давления  $p(x,t)$  со стороны трещины и сводится к уравнению [3]:

$$p(x,t) - p_0 = -\frac{E}{2\pi(1-\nu^2)} \int_0^{l(t)} \frac{\partial w(s,t)}{\partial s} \frac{s ds}{s^2 - x^2}, \quad 0 \leq x \leq l(t) \quad (2)$$

где  $p_0$  - внешнее давление,  $E$  и  $\nu$  - упругие модули,  $l(t)$  - текущая длина трещины.

Таким образом, задача о развитии трещины ГРП описывается уравнениями (1) - (2) для неизвестных функций  $q(x,t)$ ,  $w(x,t)$  и  $p(x,t)$ . К этим уравнениям необходимо добавить начальные и граничные условия. В качестве начального условия будем считать, что при  $t=0$  задано начальное положение трещины  $w_0(x)$

$$w(x,t)|_{t=0} = w_0(x), \quad 0 \leq x \leq l_0 \quad (3)$$

Граничными условиями являются скорость закачки жидкости из скважины в центр трещины  $x=0$  и непротекание жидкости через вершину трещины  $x=l(t)$ ,

$$q(x,t)|_{x=0} = \frac{Q_0(t)}{2}, \quad t > 0, \quad q(x,t)|_{x=l(t)} = 0, \quad t > 0 \quad (4)$$

Учитывая, что текущая длина трещины  $l(t)$  также является неизвестной функцией, определяемой в процессе решения задачи, необходимо поставить ещё одно дополнительное условие для нахождения этой зависимости. В линейной механике разрушения таким условием является критерий разрушения [4] или условие роста трещины  $K_I(t) = K_{IC}$ , где  $K_I(t)$  - коэффициент интенсивности напряжений в упругом пласте с трещиной длины  $l(t)$ ,  $K_{IC}$  - трещиностойкость пласта, как характеристика

способности материала пласта сопротивляться развитию в нем трещины нормального отрыва.

Величина  $K_I(t)$  вычисляется по величине  $w(x,t)$  в ее вершине следующим образом [4]:

$$K_I(t) = \frac{E}{4(1-\nu^2)} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \lim_{x \rightarrow l(t)} \frac{w(x,t)}{\sqrt{l(t)-x}} = K_{IC} \quad (5)$$

Таким образом, четыре неизвестные функции – закон распространения трещины  $l(t)$ , величина раскрытия трещины  $w(x,t)$ , характер распределения давления жидкости в трещине  $p(x,t)$  и скорость потока жидкости в трещине  $q(x,t)$  при  $t > 0$  находятся из трёх интегро-дифференциальных уравнений (1) – (2) в области  $0 < x < l(t)$ , начального условия (3), граничных условий (4) и критерия распространения трещины (5).

Полное решение подобной начально-краевой задачи с неизвестной границей может быть выполнено только численно. При попытках аналитического решения сложных начально-краевых задач часто прибегают к использованию автомодельных переменных и поиску автомодельных решений [5, 6].

Подобный анализ автомодельных решений в задаче о развитии трещины ГРП был представлен в работе [7]. Ряд автомодельных решений был выполнен в работах [8,9]. В данной работы основные уравнения были собраны для построения численного конечно-разностного расчета процесса развития трещины ГРП.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Желтов Ю.П., Христианович С.А. О гидравлическом разрыве нефтеносного пласта // Изв. АН СССР. ОТН. - 1955. - №5. - С. 3-41.
2. Лойцянский А. Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. – 840 с.
3. Партон В.З., Перлин П.И. Интегральные уравнения теории упругости. М.: Наука, 1977. – 312с.
4. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. - М.: Наука, 1974.-640с.
5. Garagash D., Detournay E. Similary solution of a semi-infinite fluid-driven fracture in a linear elastic solid // C.R. Acad. Sci. Paris. 1998 . V.326. Ser.2. P. 285-292.
6. Garagash D., Detournay E. The tip region of a fluid – driven fracture in an elastic medium // Trans. ASME. J. Appl. Mech. - 2000. - Vol. 67. - P.183-192.
7. Пергамент А.Х., Улькин Д.А. Автомодельные асимптотики в задаче о распространении трещины гидроразрыва в плоско-деформированной среде // Препринт института прикладной математики им М. В. Келдыша РАН. Москва, 2007.- 30с.
8. Астафьев В.И., Федорченко Г.Д. Автомодельное решение задачи о развитии трещины гидроразрыва пласта // Вестник СамГУ. 2007. №4(54).с. 24-41.
9. Зазовский А.Ф., Одишария М.Г., Песляк Ю.А. Автомодельные решения задачи о распространении трещины гидроразрыва в непроницаемой горной породе // Изв. АН СССР, МТТ. 1986. №5. С. 92-100.